

**CONCOURS EXTERNE POUR L'ACCÈS AU GRADE
D'INSPECTEUR DES FINANCES PUBLIQUES**

ANNÉE 2023

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2

Durée : 3 heures - Coefficient : 5

Mathématiques

Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.

Sous peine d'annulation, en dehors du volet rabattable d'en-tête, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tels que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro ou toute autre indication, même fictive, étrangère au traitement du sujet.

Sur les copies, les candidats devront écrire et souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre de couleur noire ou bleue uniquement. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.

Le candidat complétera l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformera aux instructions données

Nom de naissance

Prénom usuel

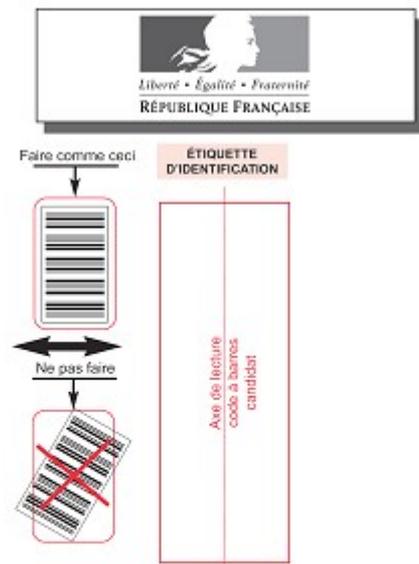
Jour, mois et année

Signature obligatoire

Numéro de candidature

À compléter par le candidat

Ne rabattre le cache qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance



Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel ⁽¹⁾
⁽¹⁾ Rayer les mentions inutiles

.....**Externe**.....
 Pour l'emploi de : **Inspecteur des Finances publiques**

Épreuve n° : **2**

Matière : **030 – Mathématiques**

Date : **2 2 1 1 2 0 2 2**

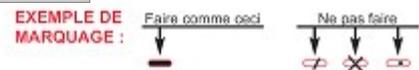
Nombre d'intercalaires supplémentaires :

Preciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires

RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION

À L'ATTENTION DU CORRECTEUR

Pour remplir ce document :
 lisez un stylo ou une pointe feutre de couleur NOIRE ou BLEUE.



Pour porter votre note, cochez les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones **NOTE / 20** et dans le cadre **A**

En cas d'erreur de codification dans le report des notes cochez la case **erreur** et reportez la note dans le cadre **B**.

À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.

Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification

Cadre A réservé à la notation				Cadre B réservé à la notation rectificative			
20	19	18		20	19	18	
17	16	15		17	16	15	
14	13	12		14	13	12	
11	10	09		11	10	09	
08	07	06		08	07	06	
05	04	03		05	04	03	
02	01	00		02	01	00	
Décimales				Décimales			
,00	,25	,50	,75	,00	,25	,50	,75
				Erreur			

NOTE / 20

NOTE / 20

EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE



SUJET

MATHÉMATIQUES

Code matière : 030

Les candidates et les candidats peuvent avoir à leur disposition sur la table de concours le matériel d'écriture, une règle, un correcteur, des surligneurs et le matériel spécifique ci-après.

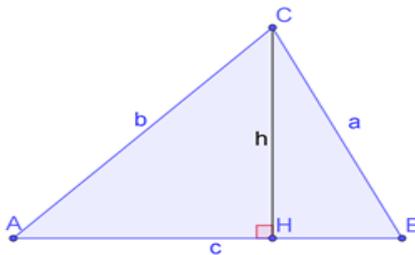
Les matériels autorisés sont les suivants :

- les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique ;
- les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen ».
- les règles graduées, équerres, compas, rapporteurs.

Le candidat traitera obligatoirement les quatre exercices suivants.

EXERCICE N° 1

Soit ABC un triangle, on note $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$ et p le demi-périmètre du triangle ABC : $p = \frac{(a+b+c)}{2}$.



1. Démontrer la relation d'Al-Kashi : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\widehat{BAC})$.

2. En déduire la valeur de $\sin(\widehat{BAC})$ en fonction de a , b et c .

3. Démontrer la relation suivante : $\frac{a}{(\sin \widehat{BAC})} = \frac{b}{(\sin \widehat{ABC})} = \frac{c}{(\sin \widehat{ACB})}$.

4. Démontrer la formule de Héron :

$$\text{Aire du triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

EXERCICE N° 2

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^2 par $f(x, y) = -x^2 y + \frac{1}{2} y^2 + y$.

1. Déterminer les points critiques de f et donner leur nature locale.
2. Préciser si les extrema locaux trouvés sont globaux ou non.
3. Déterminer la courbe de niveau 0 de f en résolvant l'équation $f(x, y) = 0$.

EXERCICE N° 3

1. Vérifier que pour tout $x \in [0, 1]$: $\frac{(x^5 + x^4 + 2x^3 - 4)}{(x^8 - 16)} = \frac{(x-1)}{(x^4 - 2x^3 + 4x - 4)}$.

2. Soit $P = X^4 - 2X^3 + 4X - 4$. Vérifier que $-\sqrt{2}$ et $+\sqrt{2}$ sont des racines de P .

3. Factoriser P en polynômes irréductibles sur $\mathbb{R}[X]$.

4. Déterminer la décomposition en éléments simples de $\frac{(X-1)}{(X^4 - 2X^3 + 4X - 4)}$.

5. Calculer l'intégrale $\int_0^1 \frac{(x^5 + x^4 + 2x^3 - 4)}{(x^8 - 16)} dx$.

EXERCICE N° 4

Soit la suite $(U_n)_{(n \geq 1)}$ définie par $U_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$.

1. À l'aide de la formule de Taylor-Young, déterminer la limite de la suite $(U_n)_{(n \geq 1)}$ lorsque $n \rightarrow +\infty$.

2. Soit la suite $(V_n)_{(n \geq 1)}$ définie par $V_n = U_n + \frac{1}{(n \cdot n!)}$.

Montrer que les suites $(U_n)_{(n \geq 1)}$ et $(V_n)_{(n \geq 1)}$ sont adjacentes.

3. Montrer que pour tout entier non nul n : $U_n < e < V_n$.

4. À l'aide d'un raisonnement par l'absurde, montrer que le nombre e est irrationnel.

