

**CONCOURS EXTERNE POUR L'ACCÈS AU GRADE
D'INSPECTEUR DES FINANCES PUBLIQUES**

ANNÉE 2018

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2

Durée : 3 heures - Coefficient : 5

Mathématiques

Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.

Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne doit porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.



Tournez la page S.V.P.

Le candidat devra compléter l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformer aux instructions données

Nom de naissance

Prénom usuel

Jour, mois et année

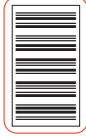
Signature obligatoire

Numéro de candidature

Nom : _____
Prénom : _____
Date de naissance : _____
N° de candidature : _____
(si absence de code barre)
Signature : _____



Faire comme ceci



Ne pas faire



ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION



Axe de lecture code à barres candidat

À compléter par le candidat

Ne rabattre le cache qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance

Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel ⁽¹⁾
⁽¹⁾ Rayer les mentions inutiles

externe

Pour l'emploi de : **Inspecteur des Finances publiques**

Épreuve n° : **2**

Matière : **030 – Mathématiques**

Date : **0 5 0 9 2 0 1 7**

Nombre d'intercalaires supplémentaires :

Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires

À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.

Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification

NOTE / 20

RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION

À L'ATTENTION DU CORRECTEUR

Pour remplir ce document :
 Utilisez un stylo ou une pointe feutre de couleur **NOIRE** ou **BLEUE**.

EXEMPLE DE MARQUAGE :

Faire comme ceci



Ne pas faire



Pour porter votre note, cochez les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones **NOTE / 20** et dans le cadre **A**

En cas d'erreur de codification dans le report des notes cochez la case **erreur** et reportez la note dans le cadre **B**.

Cadre A réservé à la notation

20	19	18
☐	☐	☐
17	16	15
☐	☐	☐
14	13	12
☐	☐	☐
11	10	09
☐	☐	☐
08	07	06
☐	☐	☐
05	04	03
☐	☐	☐
02	01	00
☐	☐	☐
Décimales		
☐ ,00	☐ ,25	☐ ,50
☐	☐	☐

Cadre B réservé à la notation rectificative

20	19	18
☐	☐	☐
17	16	15
☐	☐	☐
14	13	12
☐	☐	☐
11	10	09
☐	☐	☐
08	07	06
☐	☐	☐
05	04	03
☐	☐	☐
02	01	00
☐	☐	☐
Décimales		
☐ ,00	☐ ,25	☐ ,50
☐	☐	☐
Erreur		

NOTE / 20

EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE

SUJET**MATHÉMATIQUES**

Code matière : 030

Les candidats sont autorisés à utiliser les matériels suivants :

- les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique ;
- les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen ».

Sont interdits :

- les téléphones portables ainsi que les montres et/ou tout autres objets et accessoires connectés ;
- les règles de calcul, compas, équerres, rapporteurs et tables de logarithmes ;
- l'utilisation de tout autre document ou matériel autre que le matériel nécessaire pour composer.

Le candidat traitera tous les exercices suivants.

EXERCICE 1

Dans cet exercice, on considère la fonction f définie comme suit :

$$f(0)=1, \text{ et pour tout } x \text{ de }]-\infty; 0[\cup]0; 1[, f(x) = \frac{-x}{(1-x)\ln(1-x)}$$

- 1) Montrer que f est continue sur $]-\infty; 1[$.
- 2) a) Déterminer le développement limité de $\ln(1-x)$ à l'ordre 2 lorsque x est au voisinage de 0.
b) En déduire que f est dérivable en 0, puis vérifier que $f'(0) = \frac{1}{2}$.
- 3) a) Montrer que f est dérivable sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; 1[$, puis calculer $f'(x)$ pour tout réel x élément de $]-\infty; 0[\cup]0; 1[$.
b) Déterminer le signe de $\ln(1-x) + x$, lorsque x appartient à $]-\infty; 1[$, puis en déduire les variations de f .
c) Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition, puis dresser son tableau de variations.

4) a) Établir que, pour tout n de $\mathbb{N}^*$, il existe un seul réel de $[0;1[$, noté u_n , tel que $f(u_n)=n$ et donner la valeur de u_1 .

b) Montrer que la suite (u_n) converge et que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$.

EXERCICE 2

1) Montrer que tous les couples d'entiers $(u, v) \in \mathbb{Z}^2$ tels que $11u + 7v = 1$ sont de la forme $(2 + 7k, -3 - 11k)$ pour $k \in \mathbb{Z}$.

2) Rappel : si p est un nombre premier, alors $2^{(p-1)} \equiv 1 [p]$ (petit théorème de Fermat).

a) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2^{1000} par 7.

b) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2^{1000} par 11.

3) Dédurre de 1) et 2), le reste de la division euclidienne de 2^{1000} par 77.

EXERCICE 3

Soit E l'espace vectoriel sur le corps des réels, composé des fonctions polynômes à coefficients réels à une inconnue réelle de degré inférieur ou égal à 2 et du polynôme nul.

$\forall p \in E$ on note p' la dérivée première de p et p'' la dérivée seconde de p

$\Phi : p \mapsto \Phi(p)$ définie par $\forall x \in \mathbb{R}$

$$[\Phi(p)](x) = \int_0^1 [a p(t) + bxt p'(x-t) + cx^2 t^2 p''(x-t)] dt \quad \text{où } a, b, c \in \mathbb{R}$$

Nous noterons $B(p_0, p_1, p_2)$ la base canonique de E avec $\forall x \in \mathbb{R}$

$$p_0(x) = 1; p_1(x) = x; p_2(x) = x^2$$

1) Montrer que Φ est un endomorphisme de E .

2) a) Déterminer la matrice A de l'endomorphisme Φ dans B .

b) À quelle(s) condition(s) sur a, b, c l'endomorphisme Φ est-il bijectif ?

3) Considérons le cas particulier : $a=6; b=6; c=3$

a) Déterminer les valeurs propres de l'endomorphisme Φ .

b) Déterminer une base de chacun des sous-espaces propres.

c) Déterminer pour tout entier naturel n non nul la matrice B de l'endomorphisme Φ^n dans la base B .

EXERCICE 4

Déterminer un polynôme du 3^e degré $P(x)$, à coefficients réels, sachant que la courbe représentative de $y=P(x)$ passe par un minimum en $(x=1; y=2)$ et que le reste de la division de $P(x)$ par (x^2+3x+2) est $(3-x)$.

