



**Concours d'inspecteur
de la concurrence, de la consommation
et de la répression des fraudes
des 17 et 18 janvier 2017**

Concours externe dominante scientifique

EPREUVE N° 2 : options (*durée 3 heures - coefficient 5*)

Le candidat choisira une option parmi les trois proposées, et indiquera clairement l'intitulé de l'option sur sa copie.

- **Option A) - Biochimie et microbiologie** pages 2 à 13
- **Option B) - Chimie** pages 14 à 21
- **Option C) - Physique** pages 22 à 26

OPTION A : Biochimie et Microbiologie

Les algues

Les algues sont des organismes vivants regroupés dans deux grandes catégories : les macroalgues et les microalgues. Seule une partie des algues existantes sont exploitées pour l'alimentation humaine, ces dernières sont aussi nommées légumes de mer dont la laitue de mer (*Ulva sp.*) est une représentante. Ces organismes, très variés et présentant une grande richesse, sont sous exploités en Europe en particulier sur le plan alimentaire contrairement aux pays asiatiques qui en sont friands.

A. Physiologie des algues

Les algues sont des organismes photosynthétiques mono ou multicellulaires eucaryotes.

1. Définir le terme « eucaryote » et citer une autre catégorie de cellules rencontrées dans les organismes vivants.
2. Reporter sur la copie la signification des numéros de **l'annexe 1** (schéma d'une cellule eucaryote végétale).
3. **L'annexe 2** est une représentation d'un instrument qui a permis le schéma de **l'annexe 1**. Après avoir nommé l'instrument, déduire de **l'annexe 2**, son principe de fonctionnement.

En tant qu'organisme photosynthétique, les algues disposent de structures intracellulaires spécialisées : les plastes. **L'annexe 3** montre un plaste préalablement isolé par ultracentrifugation différentielle.

4. Exposer le principe de l'ultracentrifugation différentielle.
5. Proposer 3 catégories de plastes et indiquer leur principale fonction.
6. Dessiner sur la copie le plaste de la Fig.1 et légender le dessin en s'aidant de la Fig.2.

Le plaste de **l'annexe 3** renferme des pigments dont certains interviennent dans la photosynthèse. **L'annexe 4** comprend des graphiques issus d'expériences réalisées pour comprendre le rôle de différents pigments (chlorophylles, caroténoïdes, phycoérythrine et phycocyanine).

7. Commenter les graphes en a) puis ceux en b). Quel constat fait-on entre les algues vertes et rouges ?

Les différents pigments engagés dans la photosynthèse sont regroupés dans deux ensembles fonctionnels nommés photosystèmes I et II schématisés dans **l'annexe 5**.

8. Donner les principales différences entre ces deux photosystèmes.
9. Expliquer le fonctionnement du photosystème I.

A partir des molécules de NADPH, H^+ et d'ATP fabriquées au cours du fonctionnement des photosystèmes et en présence de CO_2 , un glucide à 3 atomes de carbone est synthétisé dans le cycle de Calvin signalé dans **l'annexe 6**. Ce glucide est le glycéraldéhyde-3-phosphate qui peut être converti par la suite en glucose.

10. Ecrire, sur la copie, la formule chimique du glycéraldéhyde-3-phosphate en représentation de Fischer.
11. Calculer le coût énergétique en moles d'ATP et en NADPH, H⁺ pour la fabrication d'une mole de glycéraldéhyde-3-phosphate pour que ce dernier puisse être converti en glucose par la suite. Expliciter le raisonnement sachant qu'il faut partir de 3 moles de CO₂ et de 3 moles de ribulose-1-5 diphosphate.

Les nitrates et les phosphates sont des minéraux essentiels pour la croissance des algues et lors d'une surcharge de ces composés dans les milieux aquatiques, elles prolifèrent provoquant par exemple des marées vertes en Bretagne.

12. Sur un schéma du cycle de l'azote dans un écosystème terrestre, montrer la place des nitrates (placer les termes suivants : dénitrification, assimilation, fixation, nitrification, ammonification).

B. Les algues dans l'alimentation

Dans les industries agroalimentaires, la gélatine d'origine animale a tendance à être remplacée par d'autres substances provenant d'algues : les agars (E406) et les carraghénates (E407) des algues rouges et les alginates (E401-E405) des algues brunes.

13. Proposer un rôle possible de ce type de produits et préciser les avantages de ces composés issus des algues plutôt que des animaux.
14. Que signifie la lettre « E » ? Citer et définir la catégorie à laquelle appartiennent les substances qui sont codifiées sous la forme « E + n° ».

Une des structures moléculaires de base des carraghénates se trouve dans **l'annexe 7**.

15. En respectant la nomenclature, nommer le dérivé d'ose signalisé par l'accolade suivie de « A » puis donner les caractéristiques de la liaison qui unit les deux dérivés d'oses.

Les Japonais, qui possèdent dans leur flore intestinale une bactérie marine particulière (*Zobellia galactanivorans*), digèrent mieux les algues que les occidentaux.

16. Formuler une explication biochimique à ce constat en s'aidant de **l'annexe 7**.

De plus, d'autres bactéries marines ont été identifiées vivant en symbiose dans les intestins des Japonais. Par ailleurs, certaines bactéries intestinales naturelles comme *Bacteroides plebeius* ont reçu des gènes permettant la digestion des algues.

17. Décrire succinctement et à l'aide d'exemples les différentes relations écologiques rencontrées entre des microorganismes et des organismes supérieurs.

18. Schématiser et commenter un processus de transfert de gènes par conjugaison.

Pour être commercialisées en France, les algues doivent satisfaire à la réglementation en matière de sécurité alimentaire. Quelques critères de sécurité sont répertoriés dans **l'annexe 8**.

Une analyse du plomb dans des algues sèches est indiquée dans **l'annexe 9**.

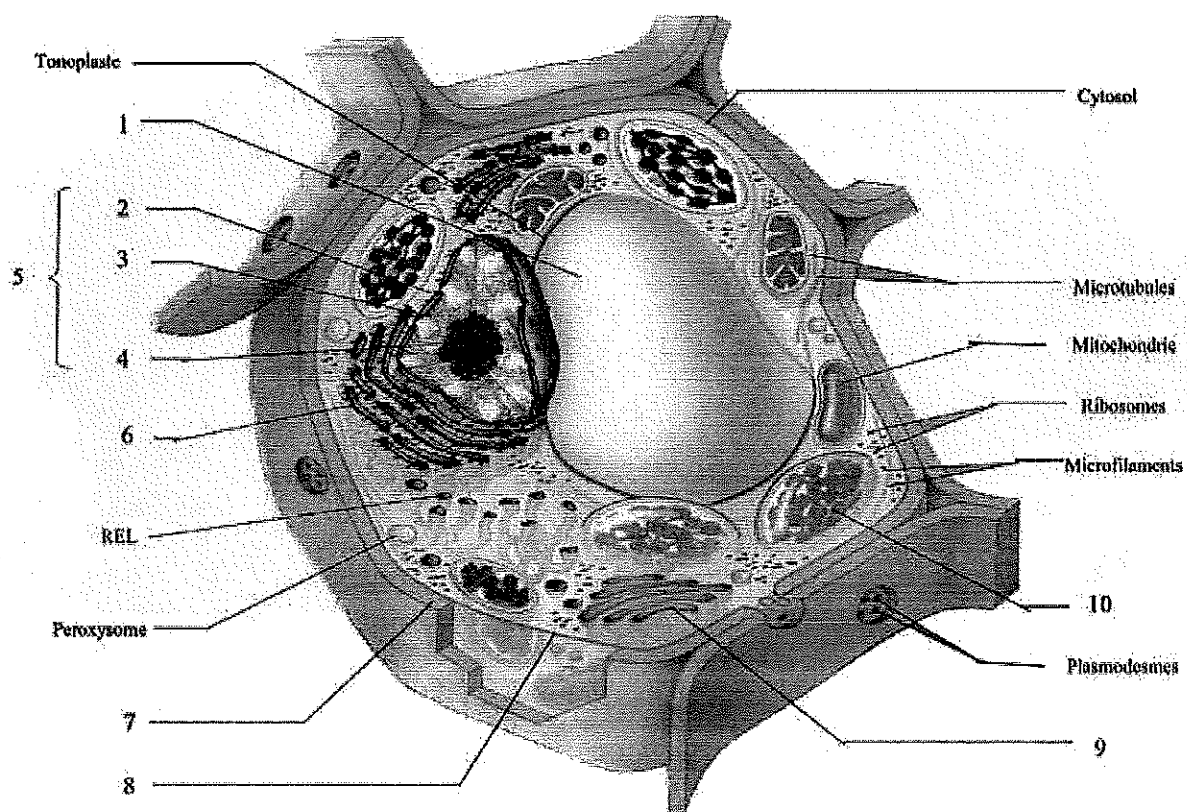
19. Pourquoi suspecte-t-on la présence de métaux lourds dans les algues ?

20. Quelles sont les conséquences et nommer la maladie liée à la présence de plomb dans l'organisme humain ?
21. Citer la méthode de dosage du plomb et déduire des résultats de l'analyse fournie dans **l'annexe 9** si l'échantillon d'algues sèches est conforme (détailler la réponse).

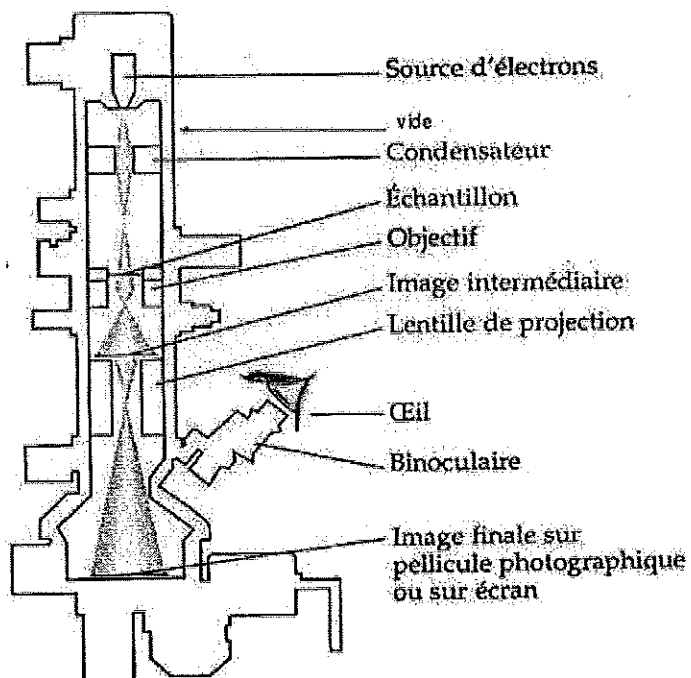
Les étapes simplifiées de la recherche de salmonelles sont présentées dans **l'annexe 10**.

22. Comment s'exerce le pouvoir pathogène des salmonelles ?
23. Le genre *Salmonella* appartient à la famille *ENTEROBACTERIACEAE*, rappeler les principales caractéristiques de cette famille.
24. Nommer les étapes 1 et 2 de **l'annexe 10** et justifier leur nécessité. Indiquer la valeur de la masse « x » à peser d'algues.
25. Discuter du terme « sélectif » pour qualifier le milieu VBRP dont la composition est signalée dans **l'annexe 11**.
26. A partir de l'analyse des **annexes 11, 12 et 13**, donner l'aspect des colonies sur milieu VBRP si présence d'*Escherichia coli*, de *Proteus mirabilis* et de *Salmonella typhi*. En déduire l'utilité du test uréase rapide dans l'étape 4 de **l'annexe 10**.

Annexe 1 : Représentation schématique d'une cellule végétale



Annexe 2



Annexe 3 : Représentations d'un plaste



Fig 1

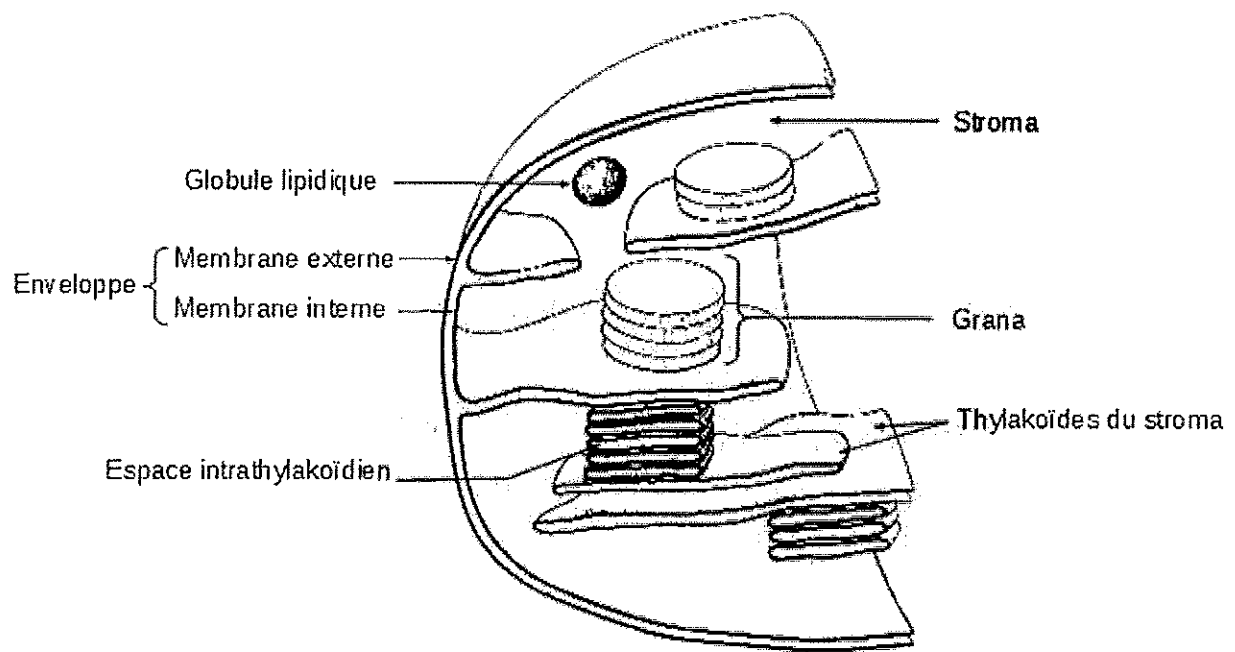
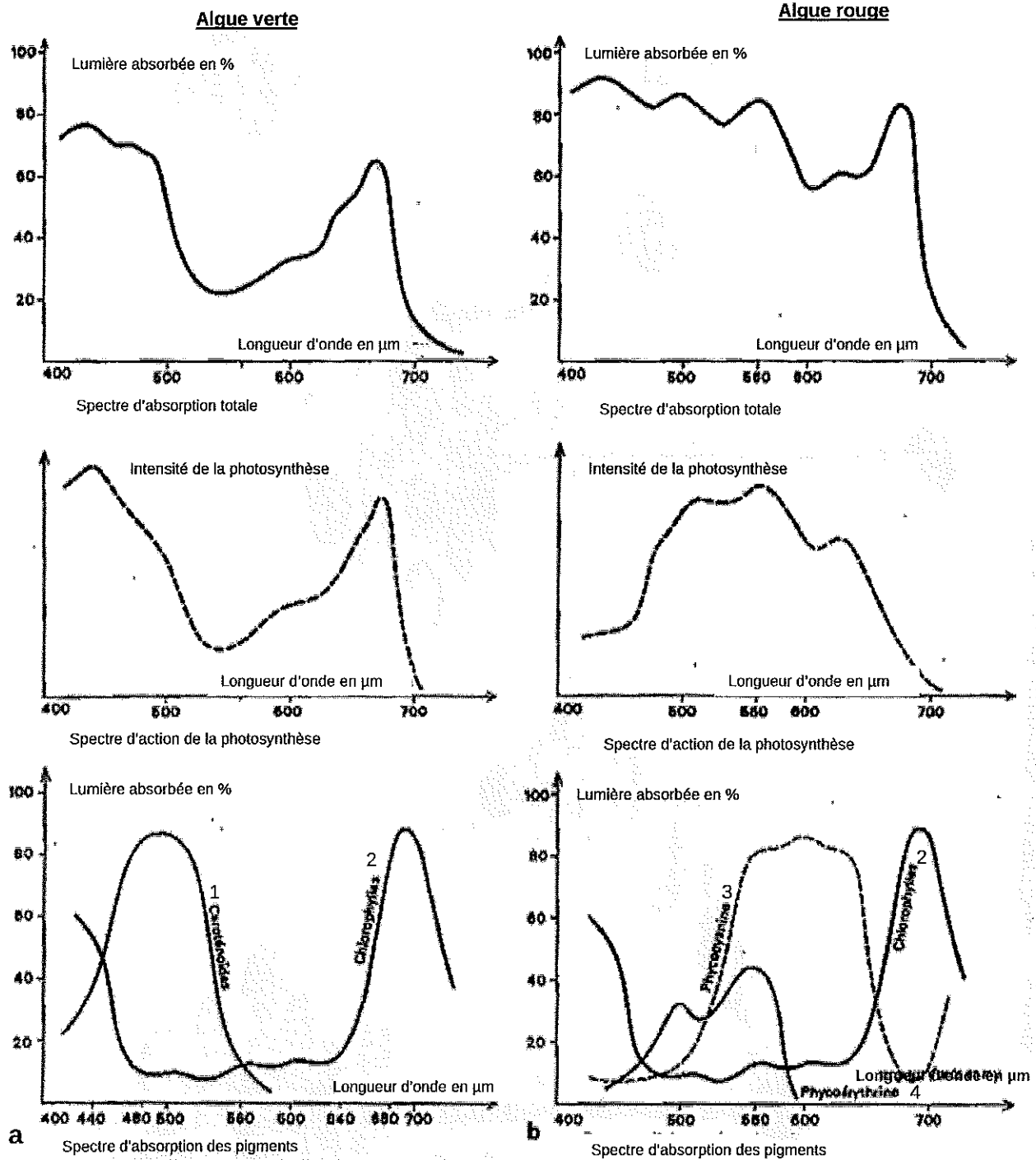


Fig.2

Annexe 4

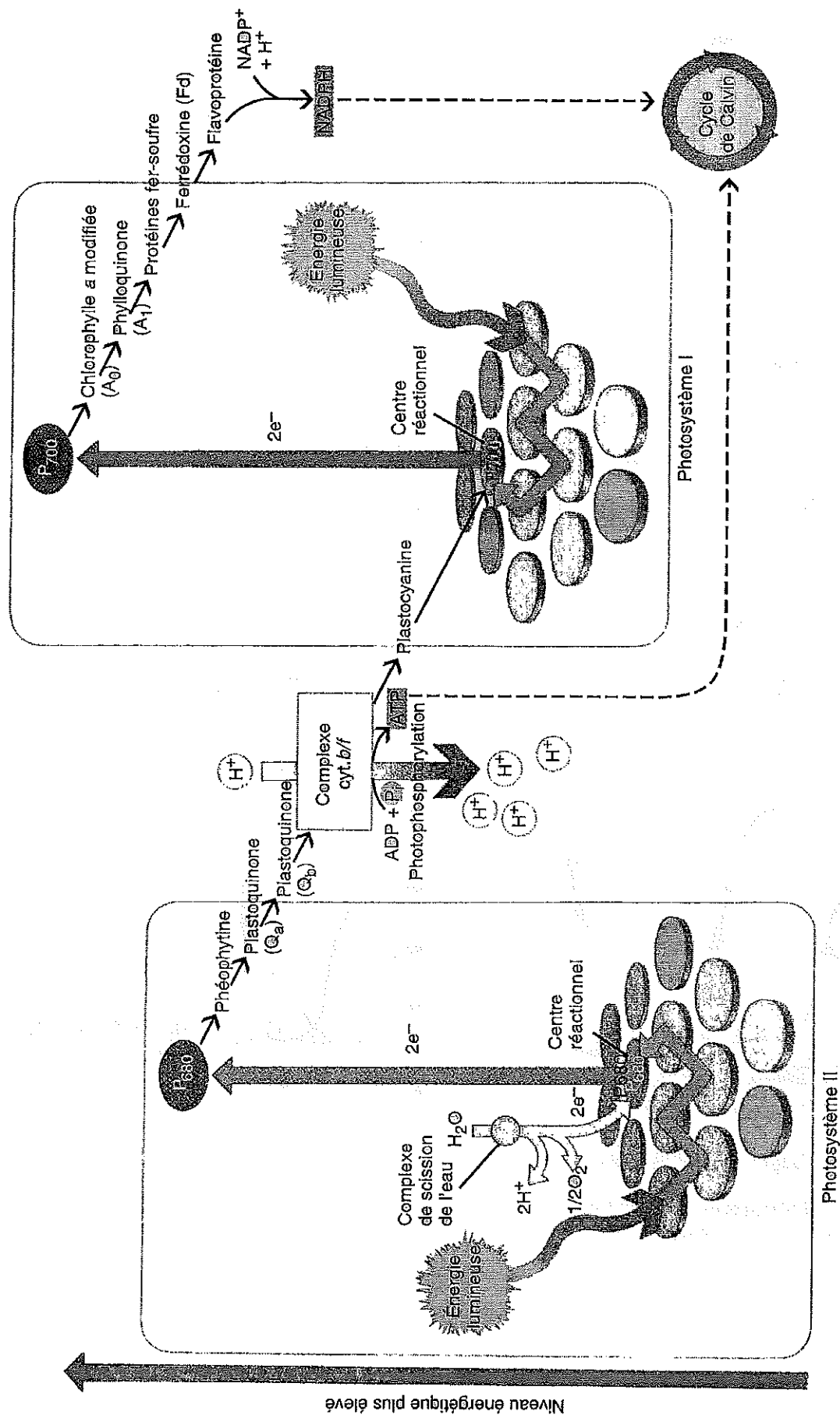


En a) pour l'algue verte (*Ulva taeniata*) et en b) pour l'algue rouge (*Porphyra perforata*).

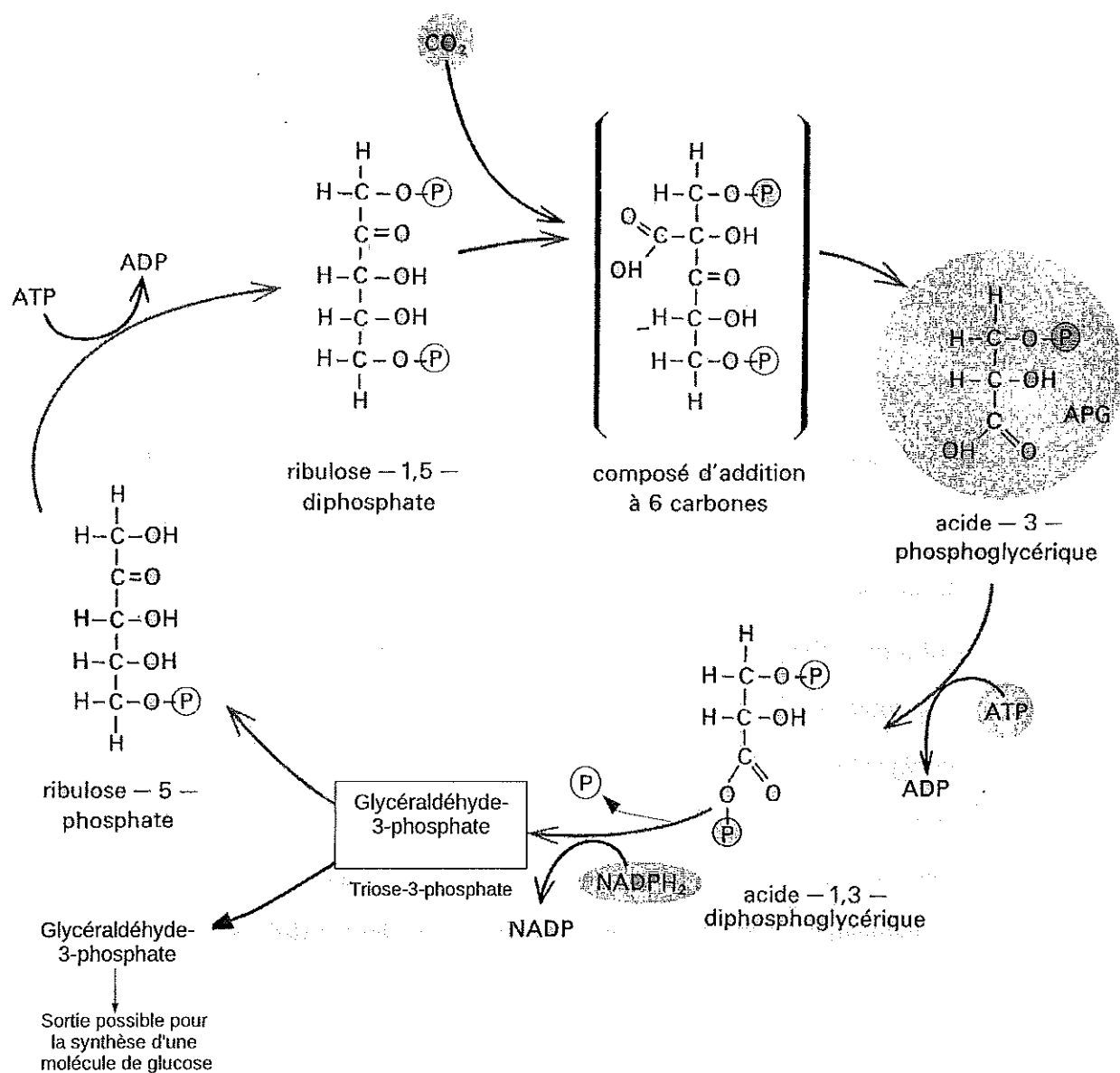
Le spectre d'absorption total est une fusion du spectre d'action photosynthétique et du spectre d'absorption des pigments.

1 = Caroténoïdes ; 2 = Chlorophylles ; 3 = Phycocyanines ; 4 = Phycoérythrine.

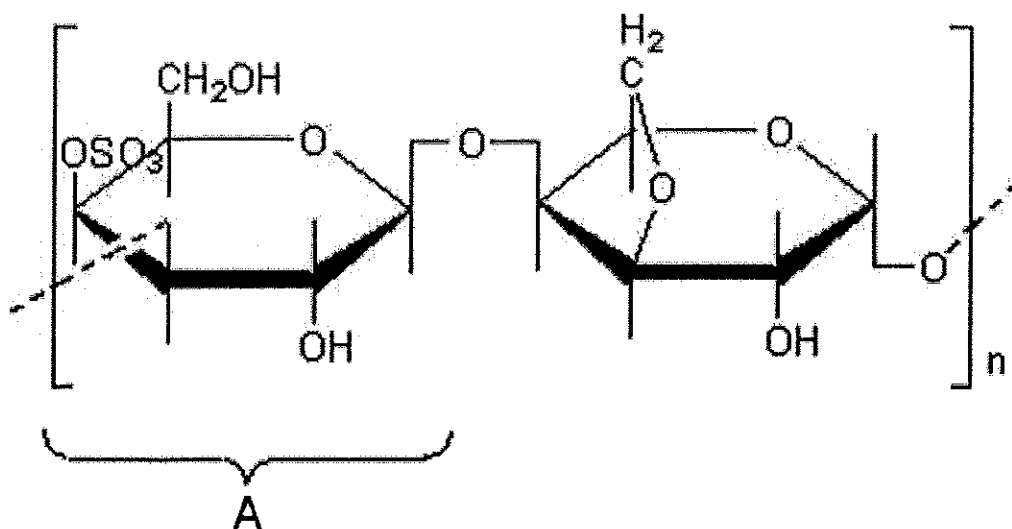
Annexe 5 : représentation schématique des photosystèmes I et II



Annexe 6 : le cycle de Calvin



Annexe 7 : Structure moléculaire d'une carraghénane κ



Annexe 8

	Algues légumes ou condiments en mg par kg sec
Arsenic minéral	3
Cadmium	0,5
Mercure	0,1
Plomb	5
Etain	5
Iode	2000

Tableau 1 : Teneurs maximales en métaux lourds et en iode autorisées en France

Germes aérobies mésophiles	$\leq 10^5$ / g
Coliformes fécaux	≤ 10 / g
Anaérobies sulfito-réducteurs	$\leq 10^2$ / g
<i>Staphylococcus aureus</i>	$\leq 10^2$ / g
<i>Clostridium perfringens</i>	≤ 1 / g
<i>Salmonella</i>	absence dans 25 g

Tableau 2 : Critères microbiologiques pour les produits secs

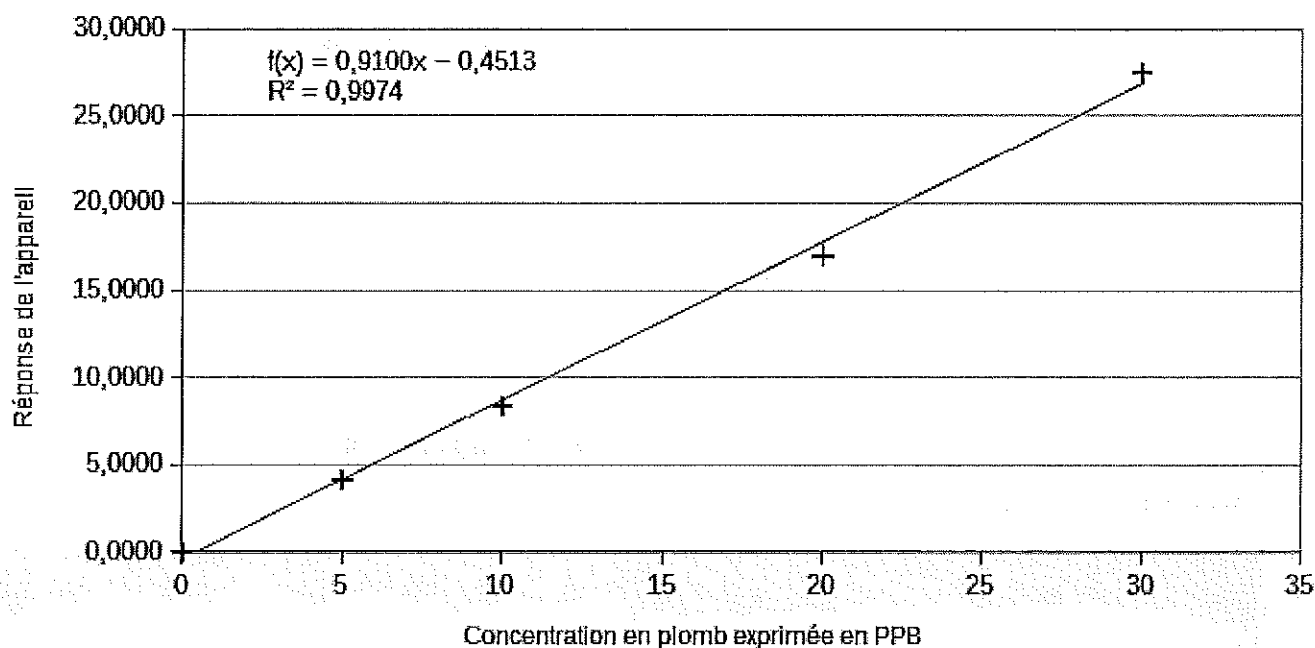
Annexe 9 : Analyse du plomb dans des algues sèches

Mode opératoire simplifié :

- Préparation de la gamme d'étalonnage
 - o A partir d'une solution de plomb à 1000 PPM, différentes solutions étalons filles à 5, 10, 20 et 30 PPB sont réalisées par dilutions.
- Préparation de l'échantillon d'algues
 - o A 0,5 g d'algues sèches sont ajoutés 5 mL d'acide nitrique et 2 mL de peroxyde d'hydrogène.
 - o Le tout est placé dans un four à micro-onde pour une minéralisation.
 - o Après minéralisation, l'extrait obtenu est transféré dans une fiole jaugée de 50 mL. Un ajustage est effectué avec de l'eau ultra-pure.
- Passage des étalons et de l'échantillon dans un appareil contenant un four à graphite (pouvant être remplacée par une flamme).
- L'absorbance est mesurée entre chaque passage.

Résultats :

Courbe de calibration



Réponse fournie par l'appareil pour l'échantillon d'algues : 10,9651.

Notes : PPM = partie par million ; PPB = partie par billion (10^{-9})

Annexe 10 : Les différentes étapes simplifiées de la recherche de salmonelles

Etape 1

Prise d'essai « $x \pm 0,5$ g » d'algues + 75 mL d' eau peptonée
Incubation à 37°C pendant 16 h à 20 h

Etape 2

2 mL de culture précédente dans 20 mL de bouillon sélénite cystéine
Incubation à 37°C pendant 18 à 24 h

Etape 3 : isolement sélectif

Isolement sur gélose VBRP
Incubation à 37°C pendant 18 à 48 h

Etape 4 : Confirmation par identification biochimique

Test uréase rapide sur milieu urée indole pendant 2h à 37°C
Tester 4 colonies caractéristiques

Sur 1 colonie caractéristique, ensemencement d'une galerie API 20E
Incubation 18 à 24 heures à 37°C

Annexe 11 : Composition du milieu VBRP

Pour 1 litre de milieu

Substance	Masse	Substance	Masse
Tryptone	10,0 g	Phosphate disodique	1,0 g
Extrait de viande	5,0g	Phosphate monosodique	0,6 g
Extrait autolytique de levure	3,0 g	Rouge de phénol	90 mg
Lactose	10,0 g	Vert brillant	5 mg
Saccharose	10,0 g	Agar agar bactériologique	14,0 g

pH du milieu prêt à l'emploi à 25°C : $6,9 \pm 0,2$.

Annexe 12 : Zones de virage de quelques indicateurs colorés de pH

Indicateur de pH	Couleur à pH acide		couleur intermédiaire	Couleur à pH basique	
Rouge neutre	Rouge	5,8	Orangé	7	Jaune
Rouge de phénol	Jaune	6,4	Orangé	8,2	rouge
Rouge de méthyle	Rouge	4,3	Orangé	6,2	Jaune
Bromocrésol pourpre	Jaune	5,2	Bleu-turquoise	6,8	Violet
Bleu de bromothymol	Jaune	6	Vert	7,6	Bleu

Annexe 13 : caractères biochimiques de quelques taxons appartenant à la famille *ENTEROBACTERIACEAE*

Taxons	Caractères	ONPG	ADH	LDC	ODC	CIT	H ₂ S	URE	TDA	IND	VP	GEL	GLU	MAN	INO	SOR	RHA	SAC	MEL	AMY	ARA	OX	NO ₂	N ₂	MOB
<i>Enterobacter aerogenes</i>		99	0	99	98	82	0	1	0	0	85	0	99	99	99	99	99	99	99	99	99	0	100	0	97
<i>Escherichia coli</i> 1		90	1	74	70	0	1	3	0	89	0	0	99	98	1	91	82	36	75	3	99	0	100	0	95
<i>Proteus mirabilis</i>		1	0	0	99	50	75	99	98	1	1	82	98	0	0	0	0	1	0	0	0	0	93	0	95
<i>Klebsiella oxytoca</i>		99	0	80	0	89	0	78	0	99	80	0	100	100	99	100	99	99	100	100	100	0	100	0	0
<i>Citrobacter freundii</i>		90	24	0	0	75	75	1	0	1	0	0	100	99	25	99	99	99	82	40	99	0	98	0	95
<i>Salmonella choleraesuis</i> ssp <i>choleraesuis</i>		0	15	99	99	6	64	0	0	0	0	0	100	99	0	98	99	0	20	0	0	0	100	0	95
<i>Salmonella Gallinarum</i>		0	1	100	1	0	25	0	0	0	0	0	100	100	0	0	1	0	0	0	100	0	100	0	0
<i>Salmonella Paratyphi</i> A		0	5	0	99	0	1	0	0	0	0	0	100	99	0	99	98	0	96	0	99	0	100	0	95
<i>Salmonella Pullorum</i>		0	1	75	100	0	85	0	0	0	0	0	100	100	0	0	100	0	0	0	75	0	100	0	0
<i>Salmonella typhi</i>		0	1	99	0	0	8	0	0	0	0	0	100	99	0	99	0	0	99	0	0	0	100	0	97

Notes : une souche ONPG (-) est Lactose (-) ; SAC = saccharose ; URE = uréase

OPTION B : Chimie

Ce sujet est composé de 2 parties A et B totalement indépendantes. Les sous parties sont aussi indépendante, et au sein de chaque sous parties de nombreuses questions peuvent être traitées de manière indépendantes. Les données utiles sont regroupées dans l'annexe 1, les annexe 2 et 3 sont à rendre avec la copie.

Partie A: Autour du nickel

I. Généralités sur le nickel

1. Donner la configuration électronique de l'atome de Nickel dans son état fondamental.
2. A quel bloc de la classification périodique appartient le nickel?
3. Calculer l'énergie d'un atome de nickel dans le modèle de Slater
4. Le nickel cristallise selon une structure cubique à face centrées c.f.c
 - a. Compléter la maille représentée en annexe en représentant les atomes de nickel
 - b. Calculer le paramètre de maille du nickel
 - c. Calculer la masse volumique du nickel et la comparer à la valeur de kg.m^{-3} donnée dans la littérature
5. Le nickel forme avec le chrome un alliage appelé nickel-chrome, ou nichrome. Cet alliage contient 80% de nickel et 20% de chrome. On considère dans la suite que le nichrome est une solution solide de chrome dans la maille c.f.c du nickel.
 - a. Quels sont les différents sites d'insertion présents dans la maille c.f.c du nickel? Combien en compte-t-on de chaque type par maille?
 - b. Quel est le volume offert par chaque site?
 - c. Le nichrome est-il alors une solution solide de substitution ou d'insertion?

II. Diagramme binaire Nickel-Cuivre.

Le diagramme binaire isobare solide-liquide nickel-cuivre est donné en figure 1.

1. Le cuivre et le nickel sont-ils miscibles à l'état solide?
2. Quelles sont les températures de fusion du nickel et du cuivre?
3. On refroidit progressivement un mélange liquide contenant 0,15 mol de cuivre et 0,17 mol de nickel d'une température de 1500°C à une température de 1000°C . Quelles sont les températures de début et fin de changement d'état? Donner, en la justifiant, l'allure de la courbe d'analyse thermique obtenue lors du refroidissement isobare de ce mélange.
4. On porte le mélange précédent à une température de 1300°C . Donner les masses de nickel et de cuivre présentes dans les phases liquides et dans les phases solides.

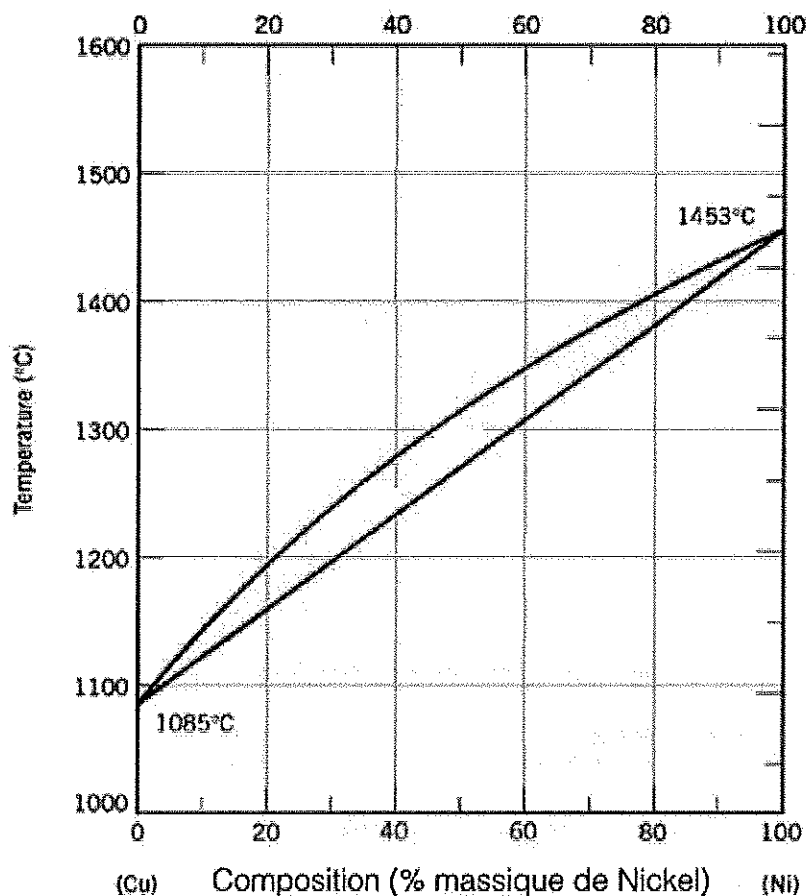


Figure 1: Diagramme binaire isobare solide-liquide du Ni-Cu gradué en fraction massique en Nickel

III. Raffinage du nickel

Le nickel est trouvé dans les minerais sous forme d'oxyde de nickel (II) NiO . Cet oxyde est réduit en nickel (0) par action du dihydrogène H_2 . Cependant, les autres oxydes métalliques présents dans le nickel sont aussi réduits par ce procédé, et le nickel obtenu contient entre autre du cuivre et du fer. Pour purifier le nickel, Ludwig Mond propose en 1890 d'utiliser la propriété du nickel (0) de réagir facilement à 50°C avec le monoxyde de carbone pour former le tétracarbonyl-nickel $\text{Ni}(\text{CO})_4$ gazeux. Parmi tous les métaux, seul le nickel réagit avec le monoxyde de carbone dans ces conditions.

1. Donner la structure de Lewis du monoxyde de carbone CO .
2. Etude du procédé Mond
 - a. Donner l'équation équilibrée de synthèse du tétracarbonyl-nickel $\text{Ni}(\text{CO})_4$ à partir du nickel (0) et du monoxyde de carbone CO . A quel degré d'oxydation est le nickel dans le tétracarbonyl-nickel $\text{Ni}(\text{CO})_4$?
 - b. Pour toute la suite du problème on se place dans l'approximation d'Ellingham. Qu'est-ce que cela signifie?
 - c. Calculer l'enthalpie libre de réaction à 50°C . Conclure quant à la formation du tétracarbonyl-nickel dans ces conditions.

- d. Expérimentalement la réaction se fait à une pression de 20 bars. Commentez.
- e. Pour récupérer le nickel pur, le gaz obtenu est ensuite séparé des impuretés solides, détendu à 1 bar et est chauffé à 250°C. Calculer l'enthalpie libre de l'équation obtenue à la question 2.a dans ces conditions. Pourquoi est-ce un moyen de récupérer le nickel pur?

Partie B: Synthèse du Practolol

Le practolol est une molécule utilisée comme β -bloquant dont la structure est donnée ci-dessous. Nous allons ici étudier une voie de synthèse de cette molécule à partir du 4-aminophénol.

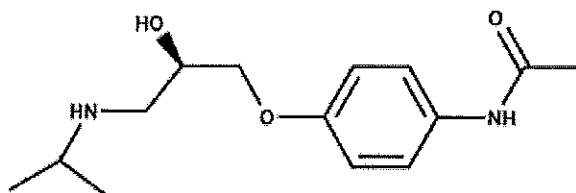


Figure 2: la molécule de practolol

1. Etude de la molécule de practolol.
 - a. Combien le practolol possède-t-il de carbones asymétriques?
 - b. Donner en la justifiant leur configuration absolue.
 - c. Combien cette molécule possède-t-elle de stéréoisomère de configuration?
 - d. Pourquoi est-il important pour un médicament d'être obtenu énantiomériquement pur?
 - e. Comment vérifier la pureté optique d'une molécule?
2. Synthèse du para-aminophénol.
 - a. Le para-nitrophénol s'obtient par nitration du phénol lors d'une substitution électrophile aromatique. On prépare pour cela une solution d'acide nitrique concentré et d'acide sulfurique concentré que l'on additionne sur le phénol. Quel est l'électrophile engagé dans cette réaction? Donner les équations conduisant à sa formation.
 - b. Donner le mécanisme de formation du para-nitrophénol à partir du phénol et justifier la régiosélectivité de cette réaction.
 - c. Comment obtenir le para-aminophénol à partir du para-nitrophénol?

3. Synthèse du practolol.

Une des voies de synthèse du practolol est donnée en figure 3:

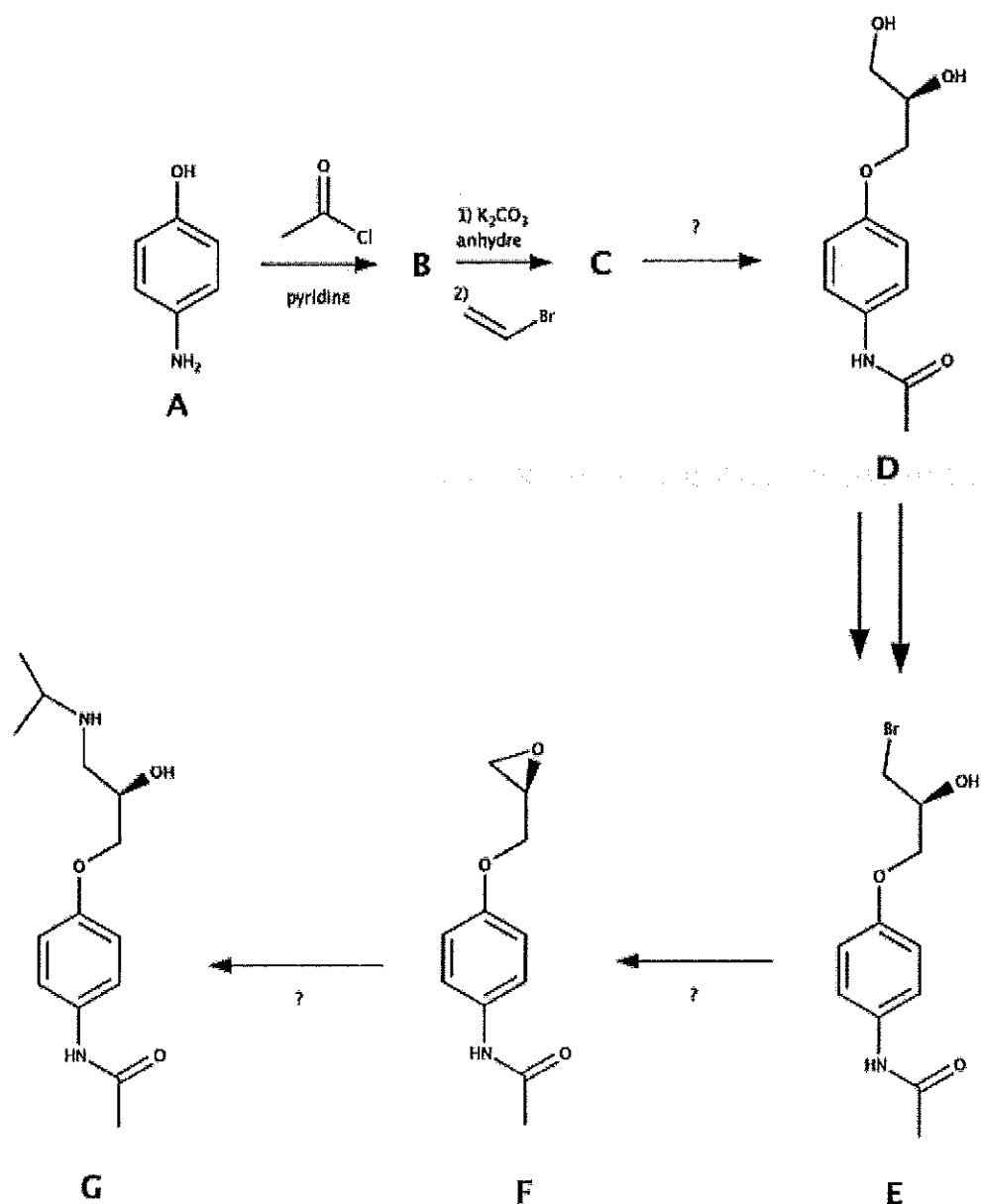


Figure 3: synthèse du practolol

- Identifier les sites nucléophiles du 4-aminophénol. Indiquer, en le justifiant, le plus nucléophile.
- Donner la structure du produit B dans le tableau de l'annexe 3.
- Donner le mécanisme d'obtention de B à partir de A. Justifier l'emploi de pyridine pour cette réaction.

- d. Quel est le pKa du couple phénol/phénolate? Le comparer à celui du couple alcool/alcoolate. Justifier une telle différence de pKa.
- e. Donner la structure du produit C dans le tableau de l'annexe
- f. Quels sont les mécanismes possibles d'obtention de C? Lequel est ici le plus probable
- g. Proposer deux de réactions ou suites de réactions pour passer du produit C au produit D. On prendra soin de discuter de la stéréochimie des composés obtenus.
- h. Proposer une suite de réaction pour passer du produit D au produit E.
- i. Proposer un réactif pour passer de E à F.
- j. Donner le mécanisme probable du passage de E à F.
- k. Proposer un réactif pour passer de F à G.

Annexe 1: Données

Constantes

Constante des gaz parfaits $R=8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Nombre d'Avogadro $N_A=6,022.10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Numéros atomiques

Numéro atomique du nickel: $Z=28$

Masses molaires

Masse molaire du Nickel: $M(\text{Ni})=58,6 \text{ g/mol}$

Masse molaire du cuivre: $M(\text{Cu})=63,5 \text{ g/mol}$

Rayons atomiques

Rayon atomique du nickel $r_{\text{Ni}}=0,124 \text{ nm}$

Rayon atomique du chrome $r_{\text{Cr}}=0,140 \text{ nm}$

Données thermodynamiques

Composé	$\Delta_f H^\circ \text{ (kJ.mol}^{-1}\text{)}$	$S^\circ_m \text{ (J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}\text{)}$	$T_{\text{fus}} \text{ (}^\circ\text{C)}$	$T_{\text{eb}} \text{ (}^\circ\text{C)}$
Ni(s)	0	30	1455	2913
CO(g)	-111	198	-205	-191
Ni(CO) ₄ (g)	-602	414	-25	43

Données dans le modèle de Slater

Constantes de facteurs d'écran :

Groupe de l'électron étudié	Contributions des autres électrons dits "écrans"					
	Niveaux n-2, n-3, ..	Niveau n-1	Autres électrons du niveau n s et p d f			Niveaux supérieurs
ns et np	1,00	0,85	0,35	0	0	0
nd	1,00	1,00	1,00	0,35	0	0
nf	1,00	1,00	1,00	1,00	0,35	0

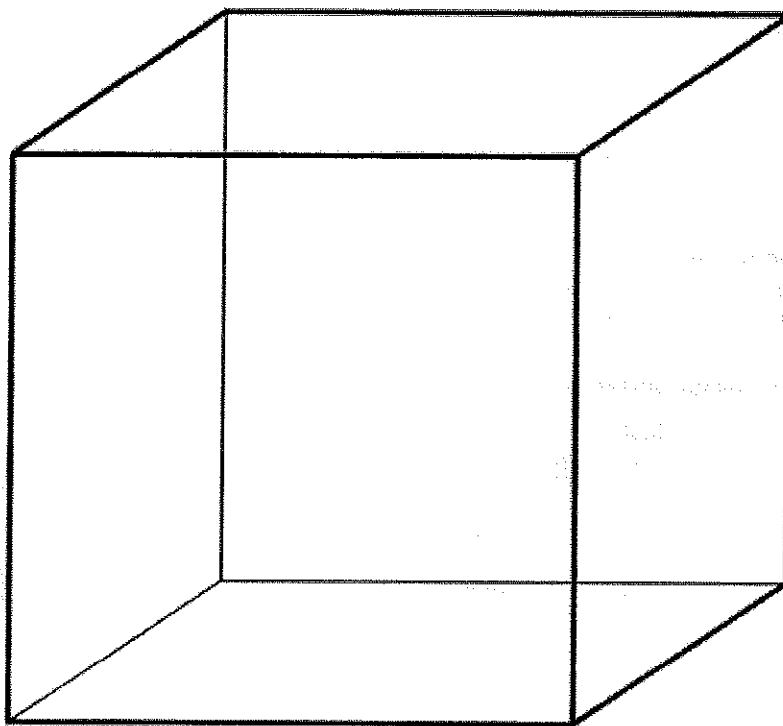
Nombres quantiques principaux apparents :

n	1	2	3	4	5	6
n*	1	2	3	3,7	4	4,2

A rendre avec la copie

Numéro d'anonymat:

Annexe 2: Maille cristallographique du nickel



Annexe 3: Représentations topologiques des molécules de la partie B-3

B	C
----------	----------



Graph B shows a constant speed of 10 m/s. Graph C shows a constant speed of 0 m/s.

Graph B shows a constant speed of 10 m/s.

Graph C shows a constant speed of 0 m/s.

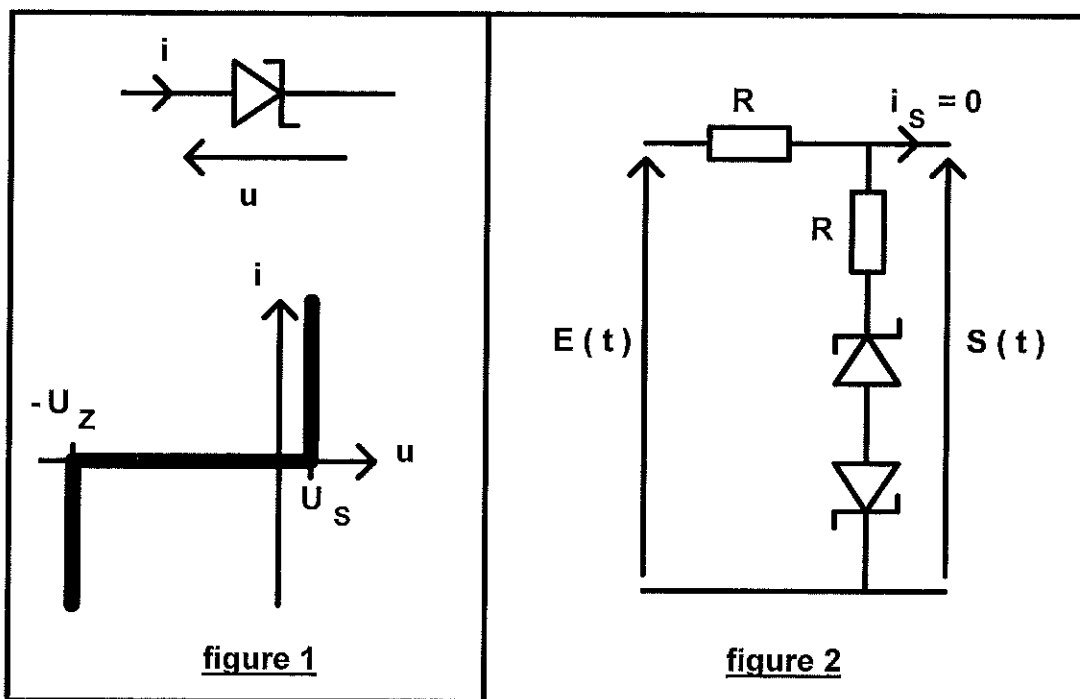
Graph B shows a constant speed of 10 m/s.

Graph C shows a constant speed of 0 m/s.

OPTION C : Physique

Exercice : dispositif non linéaire

On insère un dipôle, appelé diode Zener, dont le schéma et la caractéristique statique sont fournis figure 1 (on a $U_S = 0,5V$ et $U_Z = 4,5V$) dans le montage représenté figure 2.



- 1) L'association des deux diodes Zener présentes dans le montage constitue-t-elle un dipôle symétrique ?
- 2) Représenter la caractéristique de transfert statique du montage, soit S en fonction de E , pour toute valeur de E (on prendra $R = 1 k\Omega$).

Le signal d'entrée étant un signal triangulaire, de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$, de valeur moyenne nulle, d'amplitude E_M , on rappelle que son développement en série de Fourier peut s'écrire sous la forme $E(t) = K \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{(2p+1)^2} \sin[(2p+1)\omega t]$ (K étant une constante proportionnelle à E_M).

On admet que la caractéristique de transfert statique du montage est valable en régime variable.

- 3) Montrer que, si E_M est inférieure à une valeur à déterminer, la tension de sortie S et la tension d'entrée E vérifient une relation de la forme $S(t) = k E(t)$, $\forall t$. Quel est alors le gain du montage ?
- 4) Dans le cas où la condition précédente n'est pas vérifiée, représenter sur le même graphe les signaux S et E .
- 5) Que dire, sans calcul, du développement en série de Fourier du signal S ?

PB 1 : Pendule influencé par un aimant

Le référentiel terrestre, ramené au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ avec $\vec{u}_z$ vertical descendant, est supposé galiléen.

Un pendule simple (point matériel noté P , de masse m , relié au point O par un fil rigide, de longueur a et de masse négligeable) oscille dans le plan vertical (xOz) . Le mouvement de P est donc défini par l'angle $\theta = (\vec{u}_z, \overrightarrow{OP})$. On néglige tout phénomène dissipatif.

Le point matériel P , constitué d'un matériau ferromagnétique, est soumis, en plus de son poids et de la tension du fil à l'effet répulsif d'un aimant, modélisé de la façon suivante : Soit B le

point de l'axe (Oz) de cote $b > a$; Le point P subit la force $\vec{F} = k \frac{\overrightarrow{BP}}{\|\overrightarrow{BP}\|^3}$ avec k une constante positive.

1. On définit le paramètre positif λ par la relation $\lambda^3 = \frac{kb}{mg}$, avec $g = \|\vec{g}\|$ la norme du champ de pesanteur uniforme. Quelle est la dimension de λ ?
2. Exprimer l'énergie cinétique du point matériel P en fonction de m , a et $\dot{\theta}$.
3. Exprimer $r = \|\overrightarrow{BP}\|$ en fonction de a , b et θ .
4. Montrer que l'angle $\theta(t)$ vérifie une équation de la forme $\frac{\ddot{\theta}}{2} + \omega_0^2 W(\theta) = e$
(avec $W(\theta) = \frac{\lambda^3}{abr} - \cos \theta$, ω_0 une constante à déterminer et e une constante fixée par les conditions initiales).
5. En déduire que l'angle $\theta(t)$ vérifie l'équation différentielle $\ddot{\theta} = \omega_0^2 f(\theta)$ (on explicitera la fonction f).

On s'intéresse désormais aux positions d'équilibre du pendule.

6. Justifier qu'il n'est, a priori, pas utile de chercher les angles correspondant à ces positions dans l'intervalle $[-\Pi, +\Pi]$ mais que l'intervalle $[0, \Pi]$ suffit.
7. Montrer que, quelque soit la valeur du paramètre λ , l'existence d'au moins 2 positions d'équilibre est assurée. On déterminera θ_1 et θ_2 (avec $0 \leq \theta_1 < \theta_2 \leq \Pi$) les angles correspondants.
8. Identifier les 2 valeurs particulières de λ , notées λ_1 et λ_2 , telles que l'existence d'une troisième position d'équilibre soit assurée, $\forall \lambda \in]\lambda_1, \lambda_2[$. Déterminer alors l'angle θ_3 correspondant.
9. Pour toute valeur de λ , discuter la stabilité des positions d'équilibre correspondant aux angles θ_1 et θ_2 .
10. La position d'équilibre correspondant à θ_3 est-elle stable, $\forall \lambda \in]\lambda_1, \lambda_2[$?

PB 2 : Propriétés électriques des gaz

Le gaz pur étudié est à l'équilibre thermodynamique à la température T . On note n le nombre de molécules par unité de volume (densité particulière). Celui-ci est constitué de molécules polaires, c'est-à-dire possédant un moment dipolaire électrique permanent, de norme constante notée p_0 . On définit, localement, la polarisation du milieu, notée $\vec{P}$, par

l'expression $d\vec{p} = \vec{P} d\tau$ ($d\vec{p}$ représentant le moment dipolaire électrique total des molécules présentes dans l'élément de volume $d\tau$).

Si ce gaz n'est soumis à aucun champ électrique extérieur, les directions des moments dipolaires électriques des molécules se répartissent aléatoirement ; la polarisation est donc partout nulle.

En revanche, si ce gaz est soumis à un champ électrique extérieur, les moments dipolaires électriques des molécules auront tendance à s'orienter dans la direction et le sens du champ, la polarisation qui en résulte est alors non nulle.

- 1) On note $\vec{p}_0$ le moment dipolaire électrique d'une molécule. Rappeler l'expression de son énergie potentielle, si celle-ci est soumise au champ électrique constant $\vec{E}_m = E_m \vec{u}$ (E_m étant la norme de $\vec{E}_m$).
- 2) On introduit le paramètre $a = \frac{p_0 E_m}{k_B T}$. Les molécules présentes dans l'élément de volume $d\tau$ étant considérées comme indépendantes, montrer que la polarisation du gaz vérifie localement l'expression $\vec{P} \cdot \vec{u} = n p_0 L(a)$ avec

$$L(a) = \frac{\int_0^\pi \sin \theta \cos \theta \exp(a \cos \theta) d\theta}{\int_0^\pi \sin \theta \exp(a \cos \theta) d\theta}.$$

- 3) On fournit l'allure du graphe de la fonction L (voir document 1). En déduire la limite de $\vec{P}$, à basse température et dans un champ intense. Commenter.
- 4) On pose $\vec{P} = n \alpha \varepsilon_0 \vec{E}_m$. Déterminer la dimension du paramètre α (nommé polarisabilité).
- 5) Vérifier que, dans la limite haute température et champ faible, la polarisabilité du gaz est donnée par une expression de la forme $\alpha = \frac{C}{T}$ (la constante C étant à déterminer en fonction de p_0 , ε_0 et k_B).

Dans un milieu relativement concentré, le champ électrique agissant sur une molécule (soit $\vec{E}_m$), est différent du champ électrique défini au niveau local, noté $\vec{E}$. En effet, la polarisation non nulle du volume $d\tau$, modifie le champ perçu au niveau microscopique par une molécule. On admet l'expression (dite de Lorentz) $\vec{E}_m = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}$. De plus, le milieu

matériel étudié étant linéaire et isotrope, la polarisation est colinéaire au champ électrique ; on pose donc $\vec{P} = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \vec{E}$ (avec $\epsilon_r > 1$: permittivité relative du milieu).

6) On note μ la masse volumique du gaz, M sa masse molaire. Montrer

que ϵ_r et α vérifient la relation $\frac{M}{\mu} \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right) = \frac{N \alpha}{3}$ (N étant la constante d'Avogadro).

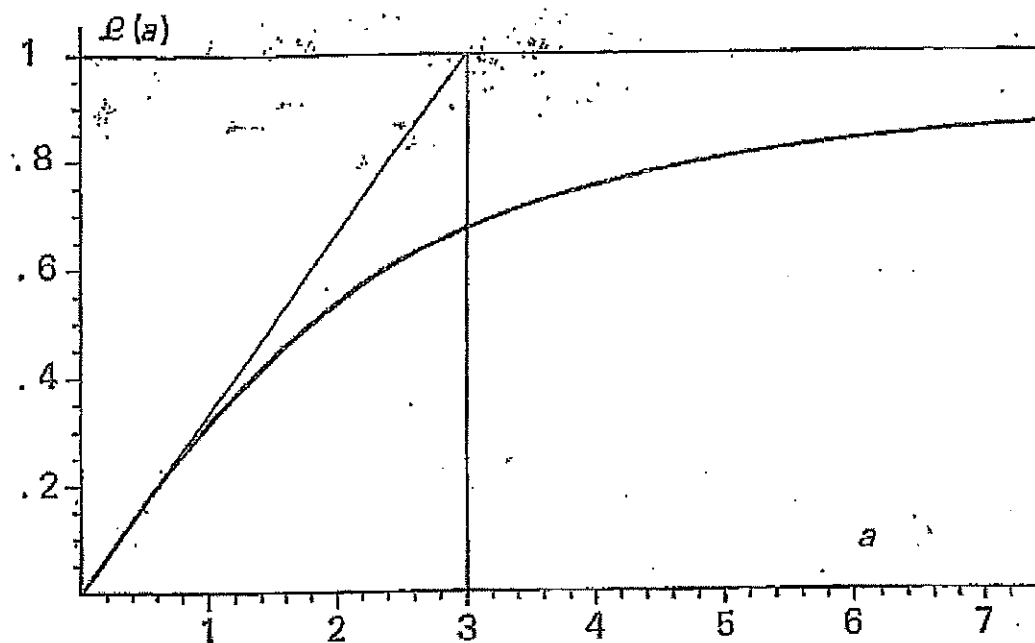
La polarisation par orientation, étudiée jusqu'à présent, n'est pas le seul mécanisme découlant de l'application d'un champ électrique. Une molécule peut être également déformée par le champ $\vec{E}_m$ qu'elle subit.

7) Vérifier qualitativement que la polarisabilité supplémentaire que l'on peut alors définir, notée α_d , est positive. On admettra que celle-ci est indépendante de la température.

Des mesures de permittivité relative et de masse volumique (dans la limite haute température et champ faible) permettent d'étudier la dépendance en température de la polarisabilité (voir document 2).

- 8) Comparer les moments dipolaires électriques permanents des 3 gaz étudiés. Que peut-on en déduire quant à leur structure moléculaire ?
- 9) Laquelle des deux molécules d'iodure d'hydrogène et de chlorure d'hydrogène est la plus déformable sous l'action d'un champ électrique ?

Document 1



Document 2

